

Ing:LUIS MIGUEL SONCCO QUISPE

DIVISIVILIDAD

2025

DIVISIBILIDAD.- Se llama divisibilidad a la teoría de los números que estudia las condiciones que debe reunir un número para que sea divisible por otro y las consecuencias que se derivan de este hecho.

✓ MULTIPLO DE UN NÚMERO.

Es aquel número que contiene a otro exactamente un número entero de veces.

Ejemplos.

45 es múltiplo de 9 (✓)

35 es múltiplo de 7

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 18} \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

18 es divisible entre 6 divisor
18 // " // 3

divisores 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

✓ DIVISOR DE UN NÚMERO.

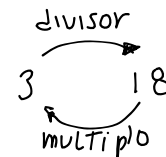
Es aquel número que está contenido en otro, un número entero de veces.

9 es divisor de 45

7 es divisor de 35

$$6 \times 3 = 18 \quad 18 \text{ es múltiplo de } 6^\circ$$

múltiplos de 6 = 0, 6, 12, 18, 24, ...



NOTACION: $A \equiv B \pmod{0}$ modulo

Se lee "A es múltiplo de B"

"B es divisor de A"

OPERACIONES CON MULTIPLOS.

$$\begin{array}{c} 0 \quad 0 \quad 0 \\ 1) \quad a + a = a \end{array}$$

$16 + 32 = 48$
 $4^\circ + 4^\circ = 4^\circ$

$$\begin{array}{c} 0 \quad 0 \quad 0 \\ 2) \quad a - a = a \end{array}$$

$39 - 18 = 21$
 $3^\circ - 3^\circ = 3^\circ$

$$\begin{array}{c} 0 \quad 0 \quad 0 \\ 3) \quad a \times a = a \end{array}$$

$3 \times 9 = 27$
 $3^\circ \times 3^\circ = 3^\circ$

$$\begin{array}{c} 0 \quad 0 \quad 0 \\ 4) \quad a \times k = a \end{array}$$

$2 \times 7 = 14$
 2°

$$5) \quad \begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}^k = a; \quad k \in \mathbb{Z}^+ \quad (2)^3 = \frac{8}{2^\circ}$$

$$6) \quad \frac{a}{a} = \text{Entero}$$

Si $N = a^\circ, N = b^\circ, N = c^\circ$
 $N = \text{MCM}(a, b, c)$

NUMEROS NO DIVISIBLES.- Si un número no es divisible entre otro al dividirlo deja un residuo diferente de cero, en consecuencia, se puede expresar como un múltiplo de otro más el residuo por defecto o menos el residuo por exceso.

En general:

1) POR DEFECTO.

$$\begin{array}{r} A \\ r \end{array} \mid \begin{array}{r} B \\ k \end{array}$$

$$\Rightarrow A = B \times k + r \Rightarrow A = B + r$$

2) POR EXCESO.

$$\begin{array}{r} A \\ r_e \end{array} \mid \begin{array}{r} B \\ k+1 \end{array}$$

$$\Rightarrow A = B \times (k+1) - r_e \Rightarrow A = B - r_e$$

DIVISIBILIDAD APLICADA AL BINOMIO DE NEWTON.

En general:

$$i) (a+b)^k = a^k + b^k$$

$$ii) (a-b)^k = \begin{cases} a^k + b^k; & k \text{ par} \\ a^k - b^k; & k \text{ impar} \end{cases}$$

$$iii) (a+1)^k = a^k + 1$$

PRINCIPALES CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD.

Son las condiciones que debe reunir un número para ser divisible por otro.

DIVISIBILIDAD POR 2^n

Un número es divisible por 2^n , si sus "n" últimas cifras de la derecha, son ceros o forman un múltiplo de 2^n .

En general: Para un número:

$$N = \overline{abcdef}$$

$$N = 2 \rightarrow f \begin{cases} 0 \\ 2 \end{cases} \quad N = 4 \rightarrow ef \begin{cases} 00 \\ 4 \end{cases}$$

$$N = 8 = (2^3) \rightarrow def \begin{cases} 000 \\ 8 \end{cases}$$

DIVISIBILIDAD POR 5^n

Un número es divisible por 5^n , si sus "n" últimas cifras de la derecha, son ceros o forman un múltiplo de 5^n .

En general: Para un número: $N = \overline{abcdef}$

$$N = 5 \rightarrow f \begin{cases} 0 \\ 5 \end{cases} \quad N = 25 \rightarrow ef \begin{cases} 00 \\ 25 \end{cases}$$

$$N = 125 \rightarrow def \begin{cases} 000 \\ 125 \end{cases}$$

DIVISIBILIDAD POR 3

Un número es divisible por 3, si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

En general: Para un número: $N = \overline{abcdef}$

$$N = 3 \rightarrow \overset{0}{a} + \overset{0}{b} + \overset{0}{c} + \overset{0}{d} + \overset{0}{e} + \overset{0}{f} = 3$$

DIVISIBILIDAD POR 9.

Un número es divisible por 9, si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

En general: Para un número: $N = \overline{abcdef}$

$$N = 9 \rightarrow \overset{0}{a} + \overset{0}{b} + \overset{0}{c} + \overset{0}{d} + \overset{0}{e} + \overset{0}{f} = 9$$

DIVISIBILIDAD POR 7.

Un número es divisible por 7. Si cumple la siguiente condición:

En general: Para un número: $N = \overline{abcdef}$

$$N = \overline{a b c d e f} = 0; 7 \quad f + 3e + 2d - (2a + 3b + c)$$

23,1 23,1

$\ominus$ $\oplus$

DIVISIBILIDAD POR 11.

Un número es múltiplo de 11, si la suma de sus cifras de orden impar menos la suma de sus cifras de orden par es cero o múltiplo de 11.

En general: Para un número: $N = \overline{abcdef}$

$$N = 11 \rightarrow \overset{0}{(f + d + b)} - \overset{0}{(e + c + a)} = \begin{cases} 0 \\ 11 \end{cases}$$

$\overline{a b c d e f}$

NUMEROS PRIMOS

Sólo en los enteros positivos.

NÚMERO PRIMO ABSOLUTO.

Es aquel número entero positivo que tiene solo 2 divisores, el mismo y la unidad.

Ejemplos:

2: 1, 2 7, 11
3: 1, 3 etc. 5, 17.

NUMEROS SIMPLES. - Se llama así a la unidad y a los números primos.

NÚMERO COMPUESTO.

Es aquel número entero positivo que tiene 3 o más divisores.

Ejemplos:

4: 1, 2, 4
6: 1, 2, 3, 6

PRIMOS ENTRE SI O PRIMOS RELATIVOS (pesi)

Son dos o más números que admiten como único divisor común a la unidad. Llamados también coprimos.

¿Qué números de tres cifras son múltiplos de 12 y terminan en 12? Calcula la suma de estos números. $\overline{abc}$

A) 912

B) 1224

C) 1524

~~D) 1836~~

E) 1254

$\overline{a12}$

$112 = 4 \times$

$212 = 5 \times$

$312 = 6 \checkmark$

$412 = 7 \times$

$512 = 8 \times$

$612 = 9 \checkmark$

$712 = 10 \times$

$812 = 11 \times$

$912 = 12 \checkmark$

$12^0 \begin{cases} 3^0 \\ 4^0 \end{cases}$

$b \equiv \frac{1}{2}$

$4^0 \begin{cases} 00 \\ 4^0 \end{cases} 4, 8, 12$

$$\begin{array}{r} 312 \\ 612 \\ 912 \\ \hline = 1836 \end{array}$$

A un congreso asistieron entre 100 y 200 médicos, de los cuales los $\frac{2}{7}$ son cirujanos y los $\frac{5}{11}$ son ginecólogos. ¿Cuántos médicos asistieron en total?

A) 80

B) 140

C) 110

D) 190

~~E) 154~~

$100 < x < 200$

$\frac{2}{7} C$

$\frac{5}{11} g$

$N_{MCM}(\overline{a, b})$

$N_{MCM}(7, 11) = 77^0$

$77^0 \quad k=1$

$154 \quad k=2$

$220 = k3$

$\frac{2}{7}(154) = 44 \sim \text{No enteros}$

$\frac{5}{11}(154) = 70 \sim \text{enteros}$

