

# Beca 18

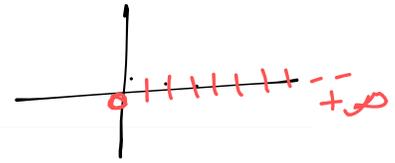
del **PRONABEC**

Ing: LUIS MIGUEL SONCCO QUISPE

## NUMEROS Y OPERACIONES

2025

+ x √  
- ÷ ( )



## SISTEMA DE LOS NÚMEROS NATURALES

Se llama sistema de los números naturales al conjunto:

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; \dots\}$$

el cual está provisto de dos operaciones binarias llamadas **ADICIÓN Y MULTIPLICACIÓN** y además está dotado de dos relaciones, la relación de igualdad y la relación menor que.

### ADICIÓN

$$\begin{array}{l} \textcircled{A} + \textcircled{B} = S \\ \text{sumandos} \quad \text{suma} \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 + 8 = 13 \\ 3 + 2 = 5 \\ -2 - 4 = -6 \\ -3 - 2 = -5 \end{array} \quad \begin{array}{l} -\textcircled{8} + \textcircled{2} = -6 \\ -\textcircled{9} + \textcircled{7} = -2 \end{array}$$

### ADICIÓN

$$A + B = S$$

sumandos suma

Esta operación cumple todas las propiedades mencionadas en la adición de los números naturales, al que es necesario agregarle **la Propiedad de la existencia del elemento inverso aditivo**:

Para cada  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $\exists! -a \in \mathbb{Z}$  tal que:

$$a + (-a) = -a + a = 0$$

$$-2 = \textcircled{+8} = -2 \ominus 8 = -10$$

### SUSTRACCIÓN

$$M - S = D \quad \begin{array}{l} M: \text{Minuendo} \quad S: \text{Sustraendo} \\ D: \text{Diferencia} \end{array}$$

Se verifica que:

$$\text{Si } M - S = D \Rightarrow \begin{cases} M = S + D \\ M - D = S \\ 2M = M + S + D \end{cases}$$

minuendo

### MULTIPLICACIÓN

$$A \times B = P$$

FACTORES PRODUCTO

A: multiplicando  
B: multiplicador  
P: producto

$$\begin{array}{l} (+) \times (+) = + \quad \text{Posi...} \\ (-) \times (-) = + \\ (-) \times (+) = - \\ (+) \times (-) = - \quad \text{Negativo...} \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \times 8 = 32 \quad (-3) \times (-4) = +12 \\ 6 \times 4 = 24 \\ (-2) \times 8 = -16 \end{array}$$

Esta operación cumplen todas las propiedades mencionadas en la multiplicación de los números naturales.

$$M = 2 - \frac{1}{4} + 4 - \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} + \frac{8^{2/3}}{2}$$

$$N = 2^{-1} \cdot 3^{-1}$$

Calcular  $(M - 3/4) \cdot (N + 4/3)$

- a) 3/2
- b) 6.6
- c) 7.5
- d) 15/8

## DIVISIÓN ENTERA

$$D = d \cdot q + r$$

Si  $\begin{array}{r} D \\ r \end{array} \begin{array}{l} | \\ \hline d \\ q \end{array}$  se tiene que: D: dividendo  
d: divisor  
q: cociente  
r: residuo

### A) División Exacta ( $r = 0$ )

$$\frac{D}{d} = q \quad \text{ó} \quad \begin{array}{r} D \\ 0 \end{array} \begin{array}{l} | \\ \hline d \\ q \end{array} \Rightarrow D = d \times q$$

### B) División Inexacta ( $r \neq 0$ )

### División por Defecto.

$$\begin{array}{r} D \\ r \end{array} \begin{array}{l} | \\ \hline d \\ q \end{array} \Rightarrow D = d \cdot q + r \quad ("r" \text{ es el residuo por defecto})$$

## POTENCIACIÓN

**DEFINICIÓN.** La potenciación es una operación matemática, que consiste en multiplicar un número llamado base "a" tantas veces como indica otro número llamado exponente "n", al resultado de esta operación se le denomina potencia.

La potencia n-ésima de "a" denotado por " $a^n$ ", está dado por:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{-veces}}, \forall a \in \mathbb{R} - \{0\} \text{ y } n \in \mathbb{Z}^+$$

donde:

- "a" : es la base. ✓
- "n" : es el exponente. ✓
- " $a^n$ " : es la potencia. ✓

Al simplificar  $\frac{546}{168}$ , se obtiene la fracción irreducible  $\frac{a}{b}$

Hallar el valor de  $R = \frac{a-b}{b+2}$

- A) 1/2
- B) 1/4
- ~~C) 3/2~~
- D) 3/4
- E) 2/3

$$S = \frac{546}{168} = \frac{273}{84} = \frac{91}{28} = \frac{13}{4} = \frac{9}{b}$$

$a = 13$   
 $b = 4$

$$R = \frac{a-b}{b+2}$$

$$R = \frac{13-4}{4+2}$$

$$R = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

### PROPIEDADES:

Sea  $m, n \in \mathbb{Z}^+$ , entonces se cumplen las propiedades siguientes:

#### A) Producto de bases iguales

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad a \cdot a = a^2 = a^1 \cdot a^1$$

#### B) Cociente de bases iguales

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \forall a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

denominador  $\neq 0$

#### C) Exponente nulo (cero)

$$a^0 = 1; \forall a \in \mathbb{R} - \{0\} \neq 0^0$$

#### D) Exponente negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \forall a \in \mathbb{R} - \{0\} \quad a^{-1} = \frac{1}{a^1}$$

## E) Potencia de potencia

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

## F) Potencia de un producto

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

## G) Potencia de un cociente

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; \forall a, b \in \mathbb{R} \wedge b \neq 0$$

## H) Exponente negativo de un cociente

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n; \forall a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$$

## I) Exponente fraccionario

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

El valor de:  $E = n^2 \sqrt{\frac{10^{n^2} - 6^{n^2}}{(25)^{n^2} - (15)^{n^2}}}$  es:

a)  $2 \cdot n^2 \sqrt{\frac{(2 \times 5)^{n^2} - (3 \times 2)^{n^2}}{(5^2)^{n^2} - (3 \times 5)^{n^2}}}$   
 b) 5  
 c) 10  
~~d)  $2 \cdot n^2 \sqrt{\frac{2^{n^2} \cdot 5^{n^2} - 3^{n^2} \cdot 2^{n^2}}{5^{2n^2} - 3^{n^2} \cdot 5^{n^2}}}$~~   
 e)  $\frac{2}{5}$

*Handwritten solution:*  
 $E = n^2 \sqrt{\frac{2^{n^2} \cdot 5^{n^2} - 3^{n^2} \cdot 2^{n^2}}{5^{2n^2} - 3^{n^2} \cdot 5^{n^2}}} = \frac{2^{n^2} \cdot 5^{n^2} - 3^{n^2} \cdot 2^{n^2}}{5^{n^2} \cdot (5^{n^2} - 3^{n^2})} = \frac{2^{n^2} \cdot 5^{n^2} (1 - 3^{n^2})}{5^{n^2} \cdot (5^{n^2} - 3^{n^2})} = \frac{2^{n^2}}{5}$   
 $E = \frac{2}{5}$

02) Si  $2^{x+5} = 128$ , determine el valor de  $2^x$

a) 8  
 b) 1  
~~c) 4~~  
 d) 2  
 e) 32

*Handwritten solution:*  
 $2^{x+5} = 128$   
 $x+5 = 7$   
 $x = 2$   
 $2^x = 2^2 = 4$

*Power table:*  
 $2^0 = 1$   
 $2^1 = 2$   
 $2^2 = 4$   
 $2^3 = 8$   
 $2^4 = 16$   
 $2^5 = 32$   
 $2^6 = 64$   
 $2^7 = 128$

## RADICACIÓN

**DEFINICIÓN.** Una radicación se define como:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Donde:

$\sqrt{a}$ : Radical

$n$ : Índice del radical ( $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2$ )

$a$ : Radicando

$b$ : Raíz n-ésima de "a"

### PROPIEDADES:

Considérese para las expresiones siguientes, la existencia de todos los radicales.

1.  $(\sqrt[n]{a})^n = a$  con ( $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2$ ).

2.  $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a \in \mathbb{R}^+, & \text{si } n \text{ par} \\ a \in \mathbb{R}, & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$

productos 3.  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; n \in \mathbb{N}$   $\sqrt{27} + \sqrt{12}$

cociente 4.  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; b \neq 0, n \in \mathbb{N}$   $\sqrt{3 \times 9} + \sqrt{4 \times 3}$   
 $\sqrt{9} \times \sqrt{3} + \sqrt{4} \times \sqrt{3}$

5.  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}; m, n \in \mathbb{N}$   $3 \times \sqrt{3} + 2 \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

6.  $\sqrt[k]{\sqrt[b]{b^{km}}} = \sqrt[b]{b^m} = b^{\frac{m}{n}}; \text{donde } k \in \mathbb{N}$

## ECUACIONES EXPONENCIALES

**DEFINICIÓN.** Son aquellas ecuaciones que contienen la incógnita o variable en el exponente y en otros como exponente y base.

### PROPIEDADES

1)  $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y; \forall a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

2)  $x^n = y^n \Leftrightarrow x = y; \forall x, y \in \mathbb{R}^+; n \in \mathbb{Z}^+$

3)  $x^x = a^a \Rightarrow x = a; \forall x, a \in \mathbb{R}^+$

4)  $x^n = b \Rightarrow x = \sqrt[n]{b}; x \neq 0, n \in \mathbb{Z}^+$

