Ing:LUIS MIGUEL SONCCO QUISPE

MINIMO COMUN MULTIPLO Y MAXIMO COMUN DIVISOR

2025

MAXIMO COMUN DIVISOR Y M.C.M.

MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD).

De dos o más números, es el producto de sus factores primos comunes con su menor potencia.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (M.C.M.).-

De dos o más números, es el producto de sus factores primos comunes con su mayor potencia y sus factores no comunes.

PROPIEDADES DEL MCD Y MCM.

1.
Si A y B son PESI $\begin{cases} \text{MCD}(A;B) = 1 \\ \text{MCM}(A;B) = A \times B \end{cases}$

2. Si dos números A, B, se dividen entre su MCD(A, B) = k, entonces:

$$\frac{A}{\text{MCD}(A,B)} = \alpha; \qquad \frac{B}{\text{MCD}(A,B)} = \beta$$

Donde: α y β son números primos entre sí.

NOTA: Esta propiedad se puede extender para más números.

3. MCD(A, B) x MCM(A, B) = A x B

4. Si se tiene 2 números de los cuales uno contiene al otro, entonces el MCD es el menor y el MCM es el mayor.

5. Los cocientes de dividir el M.C.M. de un conjunto de 2 ó más enteros positivos entre cada uno de ellos , son siempre primos entre sí.
Ejemplo.:

Sean : 8 ; 10 y 24

$\longrightarrow$ MCM(8, 10, 24) = 120

8 – 10 – 24 | 2
4 – 5 – 12 | 4
1 5 3 | 3
1 5 1 | 5
1 1 1

MCM = 2x4x3x5 = 120

$$\longrightarrow \frac{120}{8} = 15; \quad \frac{120}{10} = 12; \quad \frac{120}{24} = 5$$

observe que 15; 12 y 5 son pesi

NOTA: Dos o más números son primos entre si (PESI) cuando su MCD es la unidad (1).

6. Si se multiplica o dividen dos o más números por una misma cantidad, su MCD también queda multiplicado o dividido respectivamente por esa misma cantidad.

MCD (kA; kB) = k. MCD(A, B)

MCD (A/k; B/k) = MCD(A, B)/k

7. MCM(A, B) = MCD(A, B). α . β

Donde : α y β son números primos entre sí.

8.-
El MCD de un conjunto de números pesi es 1

9.- Si A es múltiplo de B; entonces MCD(A,B) = B i el MCM(A,B) = A

10.- $\text{MCM}(kA;kB;kC) = k\text{MCM}(A;B;C)$

$$\text{MCM}\left(\frac{A}{k};\frac{B}{k};\frac{C}{k}\right) = \frac{1}{k}\text{MCM}(A;B;C)$$

11.- Para varios números se cumple:

$$\text{MCD}\left[\text{MCD}(A;B);C)\right] = \text{MCD}(A;B;C)$$

$$\text{MCM}\left[\text{MCM}(A;B);C)\right] = \text{MCM}(A;B;C)$$

12.- MCD Y MCM de dos o más Fracciones

a) $$\text{MCD}\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d},\frac{e}{f}\right) = \frac{\text{MCD}(a;c;e)}{\text{MCM}(b;d;f)}$$

b) $$\text{MCM}\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d},\frac{e}{f}\right) = \frac{\text{MCM}(a;c;e)}{\text{MCD}(b;d;f)}$$

METODOS PARA CALCULAR EL MCD Y MCM.

I. POR DESCOMPOSICION SIMULTANEA.

Se aplica este criterio por separado, para hallar el MCD y para el MCM.
Para hallar el MCD, descomponer simultáneamente, hasta que sus divisores sean primos entre si.
Para el MCM, descomponer hasta que sus divisores comunes sea la unidad.

1. Hallar el máximo común divisor de 84, 126 y 310.

Hallamos el MCD

84 – 126 – 315	3
28 - 42 - 105	7
4 - 6 - 15	

$\Rightarrow \text{MCD}(84, 126, 315) = 3x7 = 21$

II. POR DESCOMPOSICION EN FACTORES PRIMOS, DESCOMPOSICION CANONICA.

Luego de descomponer los números en sus factores primos, se toman a todos los factores, afectados de sus mayores exponentes (ESTO para el hallar el MCM)

Ejemplo.- Hallar el máximo común divisor de:

$A = 2^3 x 3^5 x 5^2 x 7$

$B = \underline{2^2} x \underline{3^3} x \underline{5^5} x 11^2$

$C = 2^5 x 3^4 x 5 x 7^2$

$\Rightarrow MCD(A, B, C) = 2^2 x 3^3 x 5$

Se necesita almacenar 780 botellas de aceite y 1220 botellas de vinagre en cierto número de cajas que contengan el mismo número de botellas, pero sin mezclar botellas de diferente tipo y sin que sobre ninguna. ¿Cuál es el menor número de cajas que se requiere?

A) 20
B) 80
C) 100
D) 60
E) 120

780 Aceite
1220 Vinagre

$$\begin{array}{r|l} 780 - 1220 & 10 \\ 78 - 122 & 2 \\ 39 - 61 & \end{array}$$

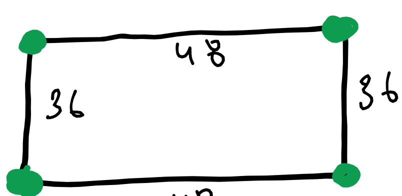
10x2

MCD: 20 botellas

#cajas: $61 + 39 = \underline{100}$

Un terreno rectangular mide 36 m × 48 m y se desea colocar árboles en todo su contorno plantando un árbol en cada vértice y manteniendo igual separación entre dos árboles consecutivos, de manera que dicha separación sea la mayor posible. ¿Cuántos árboles se deben plantar?

A) 14
B) 12
C) 18
D) 22
E) 24



P▭ = 2x48 + 2x36
P▭ = 168

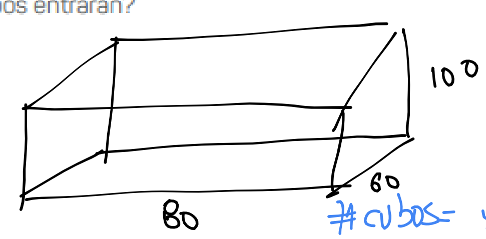
$$\begin{array}{r|l} 36 - 48 & 6 \\ 6 - 8 & 2 \\ 3 - 4 & \end{array}$$

MCD = 6x2 = 12

arboles = $\frac{168}{12} = 14$

Una caja tiene forma de paralelepípedo de base rectangular. Sus aristas miden 100 cm, 80 cm y 60 cm. Si la llenamos con el menor número de cubos posibles, ¿cuántos cubos entrarán?

A) 20
B) 60
C) 12
D) 30
E) 50



$$\begin{array}{r|l} 100 - 80 - 60 & 10 \\ 10 - 8 - 6 & 2 \\ 5 - 4 - 3 & \end{array}$$

20cm

#cubos = 5x4x3

#cubos = 60